CHUYÊN ĐỀ 5: DÃY SỐ VÀ KHÁM PHÁ QUY LUẬT

BÀI 1: CỖ MÁY NHÂN BẢN

Tại phòng thí nghiệm sinh học, có M loại vi khuẩn khác nhau được xếp thành một hàng ngang chờ đưa vào cỗ máy nhân bản. Các vi khuẩn ban đầu được đánh số ID lần lượt từ 1 đến M. Cỗ máy hoạt động theo quy luật sau: Mỗi giây, nó sẽ hút **đúng một** con vi khuẩn đang đứng ở đầu hàng vào trong. Cỗ máy lập tức tạo ra K con vi khuẩn bản sao (giống hệt con vừa bị hút, mang cùng số ID). K con bản sao này sẽ chạy xuống **xếp ở cuối hàng** để chờ đến lượt mình trong tương lai.

Yêu cầu

Em hãy tính xem, con vi khuẩn thứ X bị hút vào cỗ máy mang số ID là bao nhiêu?

Dữ liệu nhập vào từ bàn phím

- Một dòng duy nhất chứa ba số tự nhiên M, K, X cách nhau bởi khoảng trắng.

Kết quả ghi ra màn hình

- Một số tự nhiên duy nhất là ID của con vi khuẩn thứ X.

Ví dụ

Dữ liệu	Kết quả	Giải thích
`3 2 6`	`2`	Ban đầu có 3 vi khuẩn: $[1, 2, 3]$. Mỗi lần nhân $K = 2$. Giây 1: Hút con 1, sinh ra hai con 1. Hàng: $[2, 3, 1, 1]$. Giây 2: Hút con 2, sinh ra hai con 2. Hàng: $[3, 1, 1, 2, 2]$. Giây 3: Hút con 3, sinh ra hai con 3. Hàng: $[1, 1, 2, 2, 3, 3]$. Giây 4: Hút con 1. Giây 5: Hút con 1. Giây 6: Hút con 2. (ID là 2).
`5 1 12`	`2`	Nhân bản $K = 1$, hàng không bao giờ dài ra, chỉ xoay vòng.

Ràng buộc

- **Subtask 1** (40 số điểm): $M, K, X \leq 10^5$.
- **Subtask 2** (60 số điểm): $M, K \leq 10^5$; $X \leq 10^{18}$.

BÀI 2: DÃY SỐ ĐỐI XỨNG TÂM

An đang nghiên cứu một thuật toán sinh ra các mảng số nguyên. Mảng ở cấp độ L (ký hiệu là A_L) được tạo ra theo quy tắc sau:

– Cấp độ 1: $A_1 = [1]$

– Cấp độ L ($L > 1$): Ghép mảng A_{L-1}, theo sau là số L, và cuối cùng ghép thêm một mảng A_{L-1} nữa.

Ví dụ:

- $A_1 = [1]$
- $A_2 = [1, \mathbf{2}, 1]$
- $A_3 = [1, 2, 1, \mathbf{3}, 1, 2, 1]$
- $A_4 = [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, \mathbf{4}, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1]$

Yêu cầu

Cho trước cấp độ N và số nguyên K. Em hãy tính **tổng của K số đầu tiên** trong mảng A_N.

Dữ liệu nhập vào từ bàn phím

- Một dòng duy nhất chứa hai số tự nhiên N và K ($1 \leq K \leq$ Số lượng phần tử của A_N).

Kết quả ghi ra màn hình

- Một số tự nhiên duy nhất là tổng của K phần tử đầu tiên.

Ví dụ

Dữ liệu	Kết quả	Giải thích
`3 4`	`7`	Mảng $A_3 = [1, 2, 1, 3, 1, 2, 1]$. Tổng 4 số đầu tiên là: $1 + 2 + 1 + 3 = 7$.
`4 8`	`15`	Tổng 8 số đầu tiên của A_4 là toàn bộ mảng A_3 cộng thêm số 4: $11 + 4 = 15$.

Ràng buộc

- **Subtask 1** (40 số điểm): $N \leq 20$.
- **Subtask 2** (60 số điểm): $N \leq 50$.

BÀI 3: CHUỖI TẾ BÀO ĐỘT BIẾN

Tại một hành tinh xa xôi, các nhà khoa học phát hiện ra một quần thể tế bào sinh học phân chia theo một quy luật vô cùng đặc biệt. Ban đầu (Ngày 0), chỉ có đúng 1 tế bào gốc mang đặc tính `0` (tế bào lành).

Kể từ ngày 1 trở đi, quần thể này tự nhân đôi kích thước bằng cách: Lấy toàn bộ chuỗi tế bào của ngày hôm trước, tạo ra một bản sao, nhưng **đột biến (đảo ngược)** toàn bộ đặc tính của bản sao đó (tế bào `0` thành `1`, tế bào `1` thành `0`), rồi nối bản sao đó vào cuối chuỗi cũ.

Quá trình tiến hóa diễn ra như sau:

– Ngày 0: `0`

– Ngày 1: `0` → Đột biến sinh ra `1` → Ghép lại: `0 1`

– Ngày 2: `0 1` → Đột biến sinh ra `1 0` → Ghép lại: `0 1 1 0`

– Ngày 3: `0 1 1 0` → Đột biến sinh ra `1 0 0 1` → Ghép lại: `0 1 1 0 1 0 0 1`

– ... Cứ tiếp tục nhân đôi như vậy đến vô tận.

Yêu cầu

Giả sử chuỗi tế bào đã phát triển dài vô tận. Em hãy tính xem, từ vị trí tế bào thứ L đến vị trí tế bào thứ R, có tổng cộng bao nhiêu tế bào mang đặc tính `1` (tế bào đột biến)?

Dữ liệu nhập vào từ bàn phím

- Một dòng duy nhất chứa hai số tự nhiên L và R ($1 \leq L \leq R \leq 10^{18}$).

Kết quả ghi ra màn hình

- Một số tự nhiên duy nhất là số lượng tế bào `1` nằm trong đoạn từ L đến R.

Ví dụ

Dữ liệu	Kết quả	Giải thích
`2 6`	`3`	Chuỗi tế bào vô tận có dạng: `0 1 1 0 1 0 0 1 ...` Từ vị trí số 2 đến vị trí số 6 là đoạn: `[1 1 0 1 0]`. Đoạn này có tổng cộng 3 tế bào số `1`.
`1 100`	`50`	Nếu lấy đoạn từ 1 đến 100, có chính xác 50 tế bào đột biến.

Ràng buộc

- **Subtask 1** (40% số điểm): $L, R \leq 10^5$.
- **Subtask 2** (60% số điểm): $L, R \leq 10^{18}$.